

Theil Index Computations

Any city however small, is divided at least into two, one the city of the poor, the other of the rich; these are hostile to each other. (Plato, Politeia, 370 BC)

GroupSize	Group€	perCapita€						
A[i]	E[i]	E[i]/A[i]	TL[i]	TT[i]	ln(E[i]/A[i])	A[i]*(ln(E[i]/A[i])-TL[i])	E[i]*(ln(A[i]/E[i])-TT[i])	
1293135	1027568	0,795	0,000	0,000	-0,22987	-2,973E+05	2,362E+05	
913097	3447028	3,775	0,000	0,000	1,32843	1,213E+06	-4,579E+06	
1059622	6628830	6,256	0,000	0,000	1,83352	1,943E+06	-1,215E+07	
1097247	9603451	8,752	0,000	0,000	2,16932	2,380E+06	-2,083E+07	
1121007	12588938	11,230	0,000	0,000	2,41859	2,711E+06	-3,045E+07	
1100669	15135887	13,752	0,000	0,000	2,62115	2,885E+06	-4,967E+07	
2304490	40389315	17,526	0,000	0,000	2,86371	6,599E+06	-1,157E+08	
2570455	57939387	22,541	0,000	0,000	3,11531	8,008E+06	-1,805E+08	
2609344	71689493	27,474	0,000	0,000	3,31325	8,645E+06	-2,375E+08	
3228951	108313969	33,545	0,000	0,000	3,51288	1,134E+07	-3,805E+08	
3533924	152728321	43,218	0,000	0,000	3,76625	1,331E+07	-5,752E+08	
3288769	198195788	60,264	0,000	0,000	4,09874	1,348E+07	-8,124E+08	
1095700	93460613	85,298	0,000	0,000	4,44615	4,872E+06	-4,155E+08	
409499	44989791	109,865	0,000	0,000	4,69926	1,924E+06	-2,114E+08	
282869	41022723	145,024	0,000	0,000	4,97690	1,408E+06	-2,042E+08	
130594	26810522	205,297	0,000	0,000	5,32446	6,953E+05	-1,428E+08	
65198	19521468	299,418	0,000	0,000	5,70184	3,717E+05	-1,113E+08	
21981	9422610	428,671	0,000	0,000	6,06069	1,332E+05	-5,711E+07	
21702	14528471	669,453	0,000	0,000	6,50646	1,412E+05	-9,453E+07	
7360	10898831	1480,819	0,000	0,000	7,30035	5,373E+04	-7,957E+07	
1494	5072246	3395,078	0,000	0,000	8,13008	1,215E+04	-4,124E+07	
834	10419448	12493,343	0,000	0,000	9,43295	7,867E+03	-9,829E+07	
						3,129E+00	-4,052E+00	
ΣA	ΣE	$\Sigma E/\Sigma A$	$\ln(\Sigma E/\Sigma A)$	Plato start	TS	TL	TT	
26157941	953834698	36,4644	3,59634	0,46315	0,462	0,468	0,456	
				-0,00120 <--Err:1E-05				
		Jealousy +13,33%	Pareto 731:269	Plato 46,19%	$1-\exp(-TS)$ 36,98%	$1-\exp(-TL)$ 37,35%	$1-\exp(-TT)$ 36,61%	
					$\exp((TT-TL)/2)\Sigma E/\Sigma A$ 36,249	$WL = \exp(-TL)\Sigma E/\Sigma A$ 22,843	$1/WT = \exp(TT)\Sigma E/\Sigma A$ 57,523	

Welfare Function as replacement of the median (example): For a member randomly selected out of 26157941 members, the probability to select a member earning 0.023€ is higher than selecting a member with any other income. And for any € selected out of 953834698€, the probability is highest that the € is assigned to a member earning 0.058€.

Theil Index: It is popular to apply the so called "Pareto principle" to societies divided into two groups: 80% of the members own 20% of some resources and vice versa. For 82/78 the Theil index is 1. For 50/50 the Theil index is 0. The Theil index is not an "entropy". Instead, it is the difference between maximum entropy (perfect equality) and the actually measured entropy (caused by inequality). Following ISO/IEC DIS 2382-16:1996, such a difference is called "redundancy".

Plato Inequality: Plato divided the "city" in two parts as well. Again we apply the notation used for the Pareto principle. If the division is A/B then $A=(1+G)/2$ and $B=(1-G)/2$. G is the Gini-Index (which for such a division is equal to the Hoover index). G can be computed reversely using $T=2*G*\operatorname{atanh}(G)$. I called this index "Plato inequality". Once you compute a Theil index T for any society, you could compare it to an entropywise equivalent 2-group-society using the Plato inequality.

Decomposability: One big advantage of the Theil index over the Gini index is the decomposability of the Theil index. If for the groups of the society their individual Theil indices are known, these can be aggregated as well. (If not known, take 0 as default.)

Jealousy

0,0484
0,0313
0,0336
0,0319
0,0297
0,0262
0,0458
0,0375
0,0246
0,0099
0,0250
0,0821
0,0561
0,0315
0,0322
0,0231
0,0180
0,0090
0,0144
0,0111
0,0053
0,0109

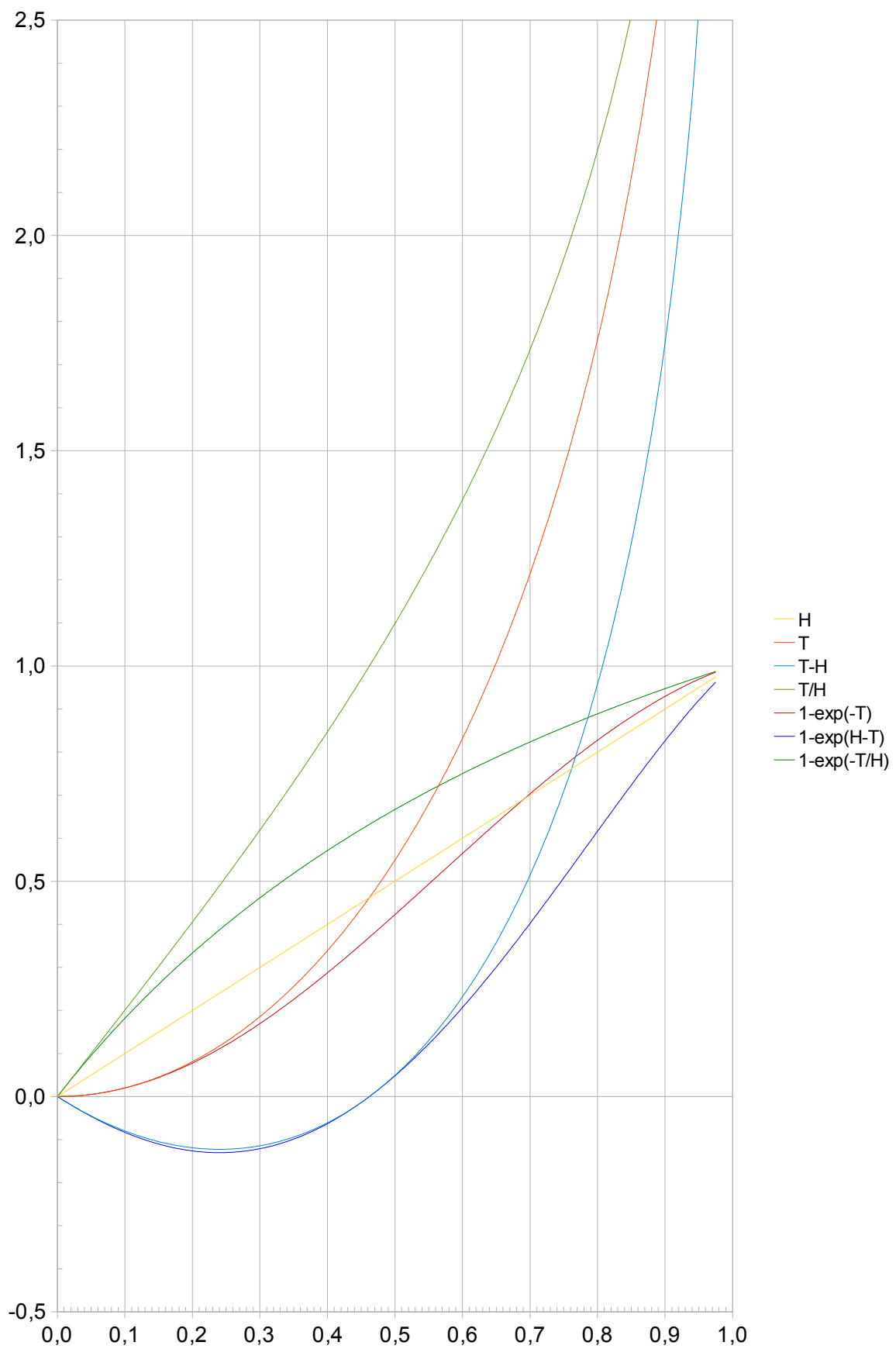
0,3187 Hoover Inequality ("Robin Hood Index")

0,4618 TheilS = (TheilT+TheilL)/2

0,1431 Inequality Issuization = TheilS – Hoover

+13,33% Jealousy Potential = $1 - \exp(-\text{Inequality Issuization})$

Relation between Theil index and Hoover index for 2-quantile societies



Gesamtbetrag der Einkünfte von ... bis unter ... EUR	Gesamtbetrag der Einkünfte		Festzusetzende Einkommensteuer	
	Steuerpflichti	%	1000 EUR	%
Verlustfälle (Gesamtbetrag der Einkünfte < 0 EUR)				
zusammen	416550 -		-6999816 -	-
Gewinnfälle (Gesamtbetrag der Einkünfte > - 1 EUR)				
0 - 2 500	1293135	4,9	1027568	0,1
2500 - 5000	913097	3,5	3447028	0,4
5000 - 7500	1059622	4,1	6628830	0,7
7500 - 10000	1097247	4,2	9603451	1
10000 - 12500	1121007	4,3	12588938	1,3
12500 - 15000	1100669	4,2	15135887	1,6
15000 - 20000	2304490	8,8	40389315	4,2
20000 - 25000	2570455	9,8	57939387	6,1
25000 - 30000	2609344	10	71689493	7,5
30000 - 37500	3228951	12,3	108313969	11,4
37500 - 50000	3533924	13,5	152728321	16
50000 - 75000	3288769	12,6	198195788	20,8
75000 - 100000	1095700	4,2	93460613	9,8
100000 - 125000	409499	1,6	44989791	4,7
125000 - 175000	282869	1,1	41022723	4,3
175000 - 250000	130594	0,5	26810522	2,8
250000 - 375000	65198	0,2	19521468	2
375000 - 500000	21981	0,1	9422610	1
500000 - 1000000	21702	0,1	14528471	1,5
1000000 - 2500000	7360	0	10898831	1,1
2500000 - 5000000	1494	0	5072246	0,5
5000000 oder mehr	834	0	10419448	1,1
zusammen	26154941	100	953834698	100
Insgesamt	26571491 -		946834883 -	167230217
	26157941		953834698	786604480
	taxpayers		brutto	netto

Lohn- und Einkommensteuerstatistik 2001						
Lohn- und Einkommensteuerpflichtige						
Gesamtbetrag der Einkünfte von...bis unter...EUR	Gesamtbetrag der Einkünfte 1				Abzüglich Einkommensteuer 2 (*)	
	Stpfl.3	%	1 000 EUR	%	1 000 EUR	%
Verlustfälle (Gesamtbetrag der Einkünfte < 0 €)						
Euro	zusammen	277085		-4627921		-4627921
Gewinnfälle (Gesamtbetrag der Einkünfte > - 1 €)						
per Capita	669	0 - 2500	2445644	8,5	1637228	0,2
	3744	2 500 - 5 000	1182780	4,1	4428901	0,5
	6248	5 000 - 7 500	1290052	4,5	8060236	0,8
	8736	7 500 - 10 000	1234127	4,3	10781479	1,1
	11240	10 000 - 12 500	1174868	4,1	13205360	1,4
	13756	12 500 - 15 000	1198108	4,2	16481239	1,7
	17544	15 000 - 20 000	2550888	8,9	44753886	4,6
	22546	20 000 - 25 000	2903479	10,1	65460919	6,8
	27458	25 000 - 30 000	2873509	10	78900365	8,2
	33523	30 000 - 37 500	3343672	11,6	112091485	11,6
	43212	37 500 - 50 000	3597341	12,5	155447452	16,1
	60045	50 000 - 75 000	3191575	11,1	191636729	19,8
	85238	75 000 - 100 000	979934	3,4	83527207	8,7
	110790	100 000 - 125 000	363929	1,3	40319647	4,2
	145181	125 000 - 175 000	250618	0,9	36384882	3,8
	205627	175 000 - 250 000	120812	0,4	24842232	2,6
	300052	250 000 - 375 000	62336	0,2	18704026	1,9
	428742	375 000 - 500 000	22222	0,1	9527507	1
	674082	500 000 - 1 000 000	24196	0,1	16310091	1,7
	1474636	1 000 000 - 2 500 000	9322	0	13746557	1,4
	3395572	2 500 000 - 5 000 000	2087	0	7086559	0,7
	11443597	5 000 000 - oder mehr	1063	0	12164544	1,3
	33498	zusammen	28822562	100	965498531	100
Sonderausgaben und VOR Abzug der Steuern.						
2 Für Fälle ohne maschinelle Einkommensteuerveranlagung wurde die einbehalten Lohnsteuer der Lohnsteuerkarte erfasst.						
3 Zusammen veranlagte Ehegatten werden als ein Steuerpflichtiger gezählt.						
Aktualisiert am 22. November 2005						
Im Netz finden Sie diese Informationen hier: http://www.destatis.de/basis/d/fist/fisttab4.php © Statistisches Bundesamt Deutschland 2005					(*) in der OriginalTabelle ware hier die festzu- setzende Einkommen- steuer angegeben.	

neuere Daten: <https://www-ec.destatis.de/csp/shop/sfg/bpm.html.cms.cBroker.cls?cmspath=struktur.vollanzeige.csp&ID=1018140>